

Tarski'nin Semantik Doğruluk Tanımı

Tarski's Semantic Definition of Truth

AYKUT AYTIŞ 
İnönü University

Received: 17.09.2021 | Accepted: 22.11.2021

Abstract: Alfred Tarski (1902-1983) provides a ground-breaking account of truth in his famous “The Concept of Truth in Formalized Languages” (originally 1933). To have an adequate grasp of this account, which has had a huge impact on subsequent discussions and investigations concerning truth, is necessary for a proper understanding of contemporary discussions about truth. Our aim in this paper is to give a clear presentation of Tarski’s account of truth.

Keywords: Tarski, semantic, truth, semantic conception of truth.



Giriş

Tarski, 1930'larda geliştirdiği meşhur doğruluk izahını, ilk olarak, 1933'te kaleme aldığı ve aynı yıl yayımlanan *Lehçe* eserinde takdim eder (Tarski 1933). Başlığını "Formelleştirilmiş Dillerde Doğruluk Kavramı" şeklinde Türkçeleştireceğimiz¹ ve kısaca FDDK şeklinde zikredeceğimiz bu eser, birinci sınıf ve çığır açıcı bir felsefi-matematiksel-mantıksal çalışmadır. Fakat tam da bu sıfatla yer yer son derece teknik bir üslup ve formalizm içerir ve bu da onun genel okurca takip edilmesini ve anlaşılmasını bir hayli zorlaştırır.²

Bizim bu makaledeki amacımız, Tarski'nin FDDK'de doğruluk meselesine nasıl yaklaştığını ve yine aynı eserdeki meşhur "doğru cümle" tanımını açık bir şekilde ortaya koymaktır. Bu bağlamda makalemiz, ilk olarak, FDDK'nin içeriğine ve problemlerine genel bir bakış atmakta, formel düzgünlük ve içerikçe uygunluk standartlarını, semantik doğruluk anlayışını, gündelik dilin paradoksallığı meselesini, formelleştirilmiş dilleri ve üst dil-nesne dil ayrımını ele almakta ve T şemasını takdim etmektedir. Makalemizin devamında, Tarski'nin FDDK'de tanıttığı yöntem ve doğruluk tanımı, anlaşılabilirliği kolaylaştırmak için seçilmiş bir örnek üzerinden ortaya koyulmaktadır. Daha açık olarak, anlamlı (yani tam olarak yorumlanmış) olduğunu kabul ettiğimiz, formel bir birinci düzey niceleme dili olan L takdim edilmekte ve Tarski'nin FDDK'de tanıttığı yöntem uyarınca "L'nin doğru bir cümlesi"nin tanımına (Tanım 6) ulaşılmaktadır. Nihayet,

¹ Eserin *Lehçe* orijinalinin (Tarski 1933) başlığı "Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych"tir. Her Tarski öğrencisi için vaz geçilmez bir kaynak olan Gruber'in (2016, s.9) verdiği bilgilere göre, bu orijinal başlık Türkçe'ye "Dedüktif Bilimlerin Dillerinde Doğruluk Kavramı" şeklinde çevrilmelidir. Öte yandan eserin *Lehçe* orijinalinden yapılan genişletilmiş Almanca çevirisinin (Tarski 1933/1935) başlığı, bizzat Tarski'nin talebi uyarınca, "Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen", yani "Formelleştirilmiş Dillerde Doğruluk Kavramı"dır. Gruber (2016, ss. 9-10), eserin başlığındaki bu değişikliğin imlemleri olduğunu, çünkü orijinal başlığın gündelik dili açıkça dışlamasına karşılık yeni başlığın gündelik dili daha açık bir şekilde dışladığını belirtir. Eserin İngilizce çevirisi (Tarski 1933/1956) *Lehçe* orijinalinden değil, az evvel değindiğimiz genişletilmiş Almanca çevirisinden yapılmıştır. Bu İngilizce çevirinin başlığı da "The Concept of Truth in Formalized Languages", yani yine "Formelleştirilmiş Dillerde Doğruluk Kavramı"dır. Biz, bu İngilizce çevirinin gözden geçirilmiş biçimini (Tarski 1933/1983a) esas alıyoruz.

² Bununla birlikte Tarski, FDDK'deki doğruluk izahını daha enformel ve nispeten daha anlaşılır şekillerde de takdim etmiştir; bkz. Tarski 1936/1983b, Tarski 1944 ve Tarski 1969.



Tarski'nin FDDK'de sunduğu doğruluk izahının önemine kısaca değinilmektedir.

1. FDDK'nin İçeriği ve Problemleri

FDDK, aslına bakılırsa, bir Girişe ilaveten yedi kesim içeren teknik bir monografıdır. Eserin Girişini takip eden yedi kesimin başlıklarını şu şekilde Türkçeleştirebiliriz:

- § 1. Gündelik Dilde veya Konuşma Dilinde Doğru Cümle Kavramı
- § 2. Formelleştirilmiş Diller, Özellikle de Sınıflar Kalkülünün Dili
- § 3. Sınıflar Kalkülünün Dilinde Doğru Cümle Kavramı
- § 4. Sonlu Düzeyden Dillerde Doğru Cümle Kavramı
- § 5. Sonsuz Düzeyden Dillerde Doğru Cümle Kavramı
- § 6. Özet
- § 7. Postscript

Burada derhal göze çarpan bir husus, eserin başlığında “Doğruluk Kavramı”ndan söz edilirken, eserin kesimlerinin başlıklarında “Doğru Cümle Kavramı”ndan söz edilmesidir. Bu, Tarski'nin, doğruluğu, sözelimi psikolojik antiteler olarak inançların veya soyut/ideal antiteler olarak önermelerin değil, cümlelerin bir özelliği olarak alması ile alakalıdır. Tarski'nin FDDK'den daha sonraki bir makalesinde açıkladığına göre (Tarski 1944, s. 342), bilhassa soyut/ideal antitelere gönderen bir terim olarak “önerme”nin anlamı felsefeciler ve mantıkçılar arasında adı çıkmış uzun tartışmaların konusudur ve pek çok sebepten ötürü,³ “doğru” terimini cümlelere uygulamak en uygun yol olarak görünmektedir.

FDDK, burada aktarmayı yararlı bulduğumuz, son derece çarpıcı bir paragrafla başlar:

³ İyi bilinen ve etkili bir makalesinde Field (1972), Tarski'nin, doğruluk yüklemine, en temelde (somut/fiziksel şeyler olarak) cümlelere uygulanan bir yüklem şeklinde anlamasını onun fizikselciliğine bağlar ve bu fizikselciliği de Viyana Çevresinin bir etkisi olarak yorumlar. Fakat Rojczczak (1999), Tarski'nin doğruluğun asıl taşıyıcısı olarak (fiziksel) cümleleri seçmesinin gerisinde Brentano geleneğinden etkilenmiş olan İlbav-Varşova okulunun bulunduğunu öne sürer. Gruber (2016, s. 17), Rojczczak'ın bu tezi ikna edici bir şekilde savunduğunu düşünür. Tarski üzerinde etkili olmuş olan düşünce geleneklerine ve Tarski'nin düşüncesinin gelişimine dair ayrıntılı ve orijinal bir izah için bkz. Patterson (2012).



İşbu makale neredeyse tamamıyla tek bir probleme – *doğruluğun tanımlanmasına* – hasredilmiştir. Makalenin esas – verili bir dile referansla – “*doğru cümle*” teriminin *içerikçe uygun ve formel olarak düzgün bir tanımını* inşa etmektir. Felsefenin klasik sorularına ait olan bu problem hatırı sayılır güçlükler doğurur. Zira konuşma dilindeki “doğru cümle” teriminin anlamı gayet açık ve anlaşılır görünse de bu anlamı daha kesin bir şekilde tanımlamaya dönük tüm çabalar bugüne dek sonuçsuz kalmıştır ve bu terimi kullanan ve sezgisel görünen öncüllerden başlayan pek çok araştırma [...] sık sık paradokslara ve antinomilere götürmüştür. (Tarski 1933/1983a, s. 152).⁴

Demek ki Tarski’nin amacı, verili bir dile (daha açık olarak söylememiz gerekirse, iyi tanımlanmış ve anlamlı bir formel bir dile) referansla “doğru cümle” terimini tanımlamaktır. Bu, kendisine referansla “doğru cümle”nin tanımlanacağı dilin L olduğunu kabul edersek, Tarski’nin “L’de doğru cümle”yi veya “L’nin doğru bir cümlesi”ni tanımlayacağı anlamına gelir. Bir diğer deyişle Tarski, *dile göreli* bir doğruluk tanımı verecektir.

Bu pasajda Tarski, aynı zamanda, verilecek “doğru cümle” tanımının mutlaka “*içerikçe uygun ve formel olarak düzgün*” olması gerektiğini belirtir. Tanımın *içerikçe uygun* olması demek, kabaca ifade etmemiz gerekirse, teori-öncesi, sezgisel doğruluk kavramımızın içeriğini isabetle yakalayabilmesi demektir. Tarski’nin (1944, s. 341) sözleriyle, “arzu edilen tanım, kulanılan tanıdık bir kelimenin [yani – doğru veya yanlış olabilecek bir cümleye referansla – ‘doğruluk’ kelimesinin] anlamını yeni bir nosyonu işaret edecek şekilde belirlemeyi amaçlamaz; tersine, eski bir nosyonun gerçek anlamını yakalamayı amaçlar”. Öte yandan tanımın formel olarak düzgün

⁴ Her ne kadar FDDK’nin gözden geçirilmiş İngilizce çevirisini (Tarski 1933/1983a) esas alıyorsa da, Gruber’in (2016) açıkça gösterdiği gibi, bu gözden geçirilmiş İngilizce çevirinin de çeşitli kusurları vardır. Dolayısıyla FDDK’dan alıntılarımızda mutlaka Gruber’e (2016) de danışıyor ve onun verdiği bilgiler doğrultusunda gözden geçirilmiş İngilizce çeviriden ayrılabiliriz. Örneğin yukarıdaki blok alıntıda, Gruber’e (2016, s. 10) uyararak, İngilizce gözden geçirilmiş çevirideki *Its task* ifadesini ‘Makalenin görevi’ şeklinde değil, ‘Makalenin esas’ şeklinde ve *apparently evident premisses* ifadesini de ‘aşıkâr görünen öncüller’ şeklinde değil, ‘sezgisel görünen öncüller’ şeklinde çevirmiş bulunuyoruz. Bu pasajla ilgili olarak burada kısaca üzerinde durmak istediğimiz bir husus da İngilizce gözden geçirilmiş çevirideki *materially adequate* ifadesidir. Gruber (2016, s.4), ilgili Lehçe orijinal ifadenin *merytorycznie trafna* olduğunu ve bu ifadenin İngilizce’ye *adequate/accurate/fit with regard to the content* şeklinde çevrilebileceğini, yani ‘içerikçe isabetli/(up)uygun’ anlamına geldiğini belirtir. Dolayısıyla biz de *materially adequate* ifadesini ‘içerikçe uygun’ şeklinde karşılıyoruz. Son olarak, buradan itibaren, gözden geçirilmiş İngilizce çeviriden Gruber’e (2016) uyararak ayrıldığımız her noktayı özel olarak belirtmekle ilgilenmeyeceğimizi de söyleyelim.



olması demekse, yine kabaca ifade edecek olursak, bir tanım inşa etmenin olağan formel kurallarına – formel disiplinlerin metodolojisine – uyması demektir (Soames 1999, s. 69). Yine Tarski'nin (1944, s. 342) sözleriyle, tanımımızın formel olarak düzgün olması için “doğruluk nosyonunu tanımlarken kullanmayı istediğimiz kelimeleri veya kavramları [açıkça] belirlememiz gerekir; aynı zamanda, tanımın uyması gereken formel kuralları da vermemiz gerekir. Daha genel olarak konuşmak gerekirse, tanımın verileceği dilin formel yapısını betimlememiz gerekir”. Özetle, şayet tanımımız formel olarak düzgün olacaksa, hiçbir muğlaklık, kapalılık, döngüsellik ve mantıksal hata içermemelidir ve tanımımızı verirken kullandığımız dilin⁵ mantıksal yapısı açıkça belirlenmiş olmalıdır (Künne 2003, s. 182; McGinn 2015, s. 150).

Tarski'den aktardığımız pasajda değinilen bir diğer önemli mesele, paradoks meselesidir. Tarski, bilhassa gündelik dilde kullanıldığı şekliyle “doğru” teriminin sözelimi meşhur Yalancı paradoksuna⁶ sevk ettiğini ve bu hususun son derece önemli olduğunu düşünür. Tarski'ye göre, şayet “doğru” terimi bilimsel-mantıksal olarak muteber bir terim olacaksa bu gibi paradokslara sevk etmemelidir. Paradoks meselesine aşağıda daha ayrıntılı olarak değineceğimiz için, şimdilik bu meseleyi bir kenara bırakabiliriz.

FDDK'nin Girişinde değinilen kritik hususlardan biri de semantik kavramların indirgenmesiyle ilgilidir: Buna göre Tarski (1933/1983a, s. 153), doğruluk tanımını inşa ederken, daha öncesinde diğer kavramlara indirgeyemediği hiçbir semantik kavramı kullanmayacaktır. FDDK'de Tarski, tam olarak hangi kavramların semantik kavramlar olduğunu § 5'te açıklar. Buna göre, “Semantik kavramların karakteristik bir özelliği, dilin ifadeleri ile bu ifadelerin hakkında konuştuğu nesneler arasındaki belli bazı ilişkileri ifade etmeleri veya bu gibi ilişkiler yoluyla ifadelerin veya başka nesnelerin belli bazı sınıflarını karakterize etmeleridir” (Tarski 1933/1983a, s. 252). Bu-

⁵ Tanımın verileceği dil, elbette, nesne dil değil ama üst dildir. Üst dil-nesne dil ayrımına aşağıda değineceğiz.

⁶ Giritli Epimenides'in (olgunluk çağı MÖ 6. yy) “Tüm Giritliler daima yalan söyler” dediği rivayet edilir. Fakat bu sözü söyleyen Epimenides'in kendi de bir Giritli olduğundan, burada bir paradoks var gibidir: Eğer tüm Giritlilerin daima yalan söylediği doğruysa, Giritli Epimenides'in sözü doğru olamaz – yani tüm Giritliler daima yalan söylüyorsa tüm Giritliler daima yalan söylüyor olamaz! Bu gibi paradokslara “Yalancı paradoksu” veya kısaca “Yalancı” da denir.



nunla birlikte Tarski'nin daha sonraki bir makalesine ait olan aşağıdaki pasaj, onun semantik kavramlardan ne anladığı konusunda nispeten daha net bir açıklama sunar:

Burada, [bilimsel bir disiplinin adı olarak] “semantik” [*semantics*] kelimesi alınmış olandan daha dar bir anlamda kullanılmaktadır. Semantik [*semantics*] ile, kabaca söylemek gerekirse bir dilin ifadeleri ile bu ifadelerin gönderdiği nesneler ve olgu durumları [*state of affairs*] arasındaki kimi ilişkileri ifade eden kavramlara dair mülhazaların totalitesini anlıyoruz. Semantik [*semantic*] kavramların tipik örnekleri olarak, sözelimi aşağıdaki bildirimlerde [*statements*] yer alan *belirtme*, *sağlama* ve *tanımlama* kavramlarını zikredebiliriz:

“*Jena galibri*” ifadesi, *Napolyon*’u belirtir; *kar*, “*x beyazdır*” koşulunu sağlar; “ $x^3 = 2$ ” eşitliği, 2 sayısının küp kökünü tanımlar (emsalsiz olarak belirler). (Tarski 1936/1983b, s. 401; ayrıca bkz. Tarski 1944, s. 345)⁷

Günümüzde anlaşıldığı şekliyle, bir disiplin olarak semantiğin, anlamın sistematik olarak incelenmesi olduğunu söyleyebiliriz. Bu disiplin, “bir dilin basit ve karmaşık ifadelerine anlamın sistematik olarak atfedilmesiyle” (King 2006, s. 735), yani bir dilin öncelikle basit ifadelerinin anlamlarının, ardından da bu basit ifadelere dayanan daha karmaşık ifadelerinin anlamlarının sistematik olarak belirlenmesiyle ilgilenir. Öte yandan Tarski'nin, semantik disiplinini, bir dilin ifadeleri ile bu ifadelerin gönderdiği şeyler (“nesneler ve olgu durumları”) arasındaki ilişkileri ifade eden kavramlara dair bir disiplin olarak gördüğü açıktır – işte bu gibi kavramlar, Tarski'nin “semantik kavramlar” dediği kavramlardır.

Şimdi, Tarski'nin bugün daha ziyade bir dilin ifadelerinin anlamlarıyla ilgili bir disiplin olarak anladığımız semantiği, niçin, bir dilin ifadeleri ile bu ifadelerin gönderdiği şeyler arasındaki ilişkileri ifade eden kavramlara dair bir disiplin olarak anladığı ilk bakışta açık olmayabilir. Bu, bir yanıla, bir disiplinin adı olarak veya bir sıfat olarak “semantik” teriminin kullanımının ancak zaman içinde oturmuş olmasıyla ve bugün dahi (örneğin lengüistik ve mantık gibi farklı alanlarda) hâlâ farklı anlamlarda kullanılmasıyla ilgilidir.⁸

⁷ İngilizce *to satisfy* ve *satisfaction* ifadelerini sırasıyla “sağlamak” ve “sağla(n)ma” şeklinde çeviriyoruz. Bununla birlikte bu ifadelerin belirttiği kavramlar Türkçe mantık literatüründe “gerçeklemek” ve “gerçekle(n)me” sözleriyle de dile getirilir; ör. bkz. Grünberg 2000, Özlem 1990/2012.

⁸ Terimin kullanımına ilişkin tarihsel bir not için bkz. Künne 2003, s. 178, n. 13.



Öte yandan bir ifadenin anlamı ile bu ifadenin gönderdiği (belirttiği, işaret ettiği, seçtiği) şey arasında esaslı bir ilişkinin olabileceğini göz önüne aldığımızda, Tarski'nin bir disiplinin adı olarak veya belli türden kavramları ayırt eden bir sıfat olarak “semantik” terimi hakkında söyledikleri belli bir makuliyet kazanır. Örneğin “Alfred Tarski” adı, burada doğruluk izahı ile ilgilendiğimiz bireye⁹ gönderir ve bu adın anlamının tam da bu birey olduğunu veya bu bireyle esastan ilişkili olduğunu düşünmek, en azından ilk bakışta makul görünmektedir. Bu çerçevede, Tarski'nin semantik disiplinini ve semantik kavramları betimleme biçimi de belli bir anlaşılabilirlik kazanmaktadır.¹⁰

Tarski (1936/1983b, s. 401), “*Doğruluk* kavramının da [...] hiç olmazsa ‘doğru’nun ‘gerçekliğe tekabül eden’ ile aynı şeyi ifade ettiği klasik yorumu” dikkate alındığında, semantik bir kavram olarak görülmesi gerektiğini düşünür. Zira Tarski’ye (1944) göre, “doğru” kelimesinin ne anlama geldiğine dair uygun bir açıklama, sadece doğru cümlelerden değil, aynı zamanda bu gibi cümlelerin hakkında konuştuğu nesnelerden veya belki de betimlediği olgu durumlarından söz edecektir; üstelik “doğruluğun kesin bir tanımını elde etmenin en yalın ve en doğal yolunun diğer semantik nosyonları, örneğin sağlama nosyonunu içerdiği görülmektedir” (s. 345). Böylece Tarski, kendi doğruluk izahına “semantik doğruluk anlayışı” adını verir ve literatürde bu izah “semantik doğruluk teorisi” şeklinde de anılır.¹¹

Peki Tarski'nin, doğruluk tanımını inşa ederken, daha öncesinde diğer

⁹ Bu çalışmada “birey” terimini mantık literatüründeki anlamıyla kullanıyoruz. Bu anlamıyla bir birey, diğerlerinden ayrı herhangi tekil bir antitedir. Buna göre, eski Yunan filozofu Sokrates ne kadar bir bireyse Everest Dağı, her bir araba, İkinci Dünya Savaşı, 2 sayısı, belli bir küme veya sınıf vs. de o kadar bir bireydir. Mantık literatüründe diğerlerinden ayrı herhangi tekil bir antite için “birey” terimi yerine “nesne” teriminin de kullanıldığını belirtmiş olalım.

¹⁰ Künne (2003, s. 179) ile beraber şunu söyleyebiliriz: Felsefi-mantıksal tartışmalarda genel olarak oturmuş bir kullanıma göre, bir ϕ yüklemi şu iki koşulu birden sağlıyorsa ve ancak böyle ise semantik bir yüklem: (1) ϕ sadece (lengüistik) bir ifadenin sahip olabileceği bir özelliği veya sadece bir ifadenin bir şey ile içinde durabileceği bir bağıntıyı işaret eder ve (2) ϕ 'nin bir L dilinin bir E ifadesine haklı olarak yüklenip yüklenemeyeceği E'nin L'deki anlamına kısmen de olsa daima bağlıdır. Öte yandan yine Künne'ye (2003, s. 179) göre, FDDK'de Tarski “semantik bir yüklem” ile bundan biraz daha dar bir şey anlar ve bir ϕ yüklemi şu iki koşulu birden sağlıyorsa ve ancak böyle ise bu dar anlamda semantik bir yüklem: (1) ϕ bu dipnotta az evvel sunduğumuz geniş anlamıyla semantik bir yüklem ve (2) ya ϕ 'nin kendisi ya da ϕ 'yi tanımlamak için ihtiyaç duyulan bir yüklem, belli türden ifadelerin lengüistik-olmayan nesnelerle tipik olarak içinde durdukları bir bağıntıyı işaret eder.

¹¹ Örneğin Woleński (t.y.) onu böyle adlandırır.



kavramlara indirgeyemediği hiçbir semantik kavramı kullanmak istememesinin sebebi nedir? Soames'un (1999, s. 69) yorumuna göre, "doğruluk" kavramı dışındaki semantik kavramlar da "doğruluk" kavramı tarafından yol açılanlara benzer problemlere yol açabileceğinden, Tarski, sunduğu tanımlarda, tanımlanmamış hiçbir semantik kavram kullanmak istememektedir. Bu bağlamda, semantik kavramların indirgenmesinin, formel düzgünlük standardının bir gereği olduğunu söyleyebiliriz; zira semantik kavramların indirgenmesi, muğlaklık ve paradoks gibi tehlikelerin bertaraf edilmesinin bir gereğidir.

Yine FDDK'nin Girişinde Tarski (1933/1983a, s. 153), "doğru" teriminin gündelik hayattaki anlamının baştan sona bir analiziyle ilgilenmediğini, her okurun doğruluk kavramına dair az çok sezgisel bir bilgisinin olduğunu ve bu kavrama dair ayrıntılı tartışmaları bilgi teorisi üzerine eserlerde bulabileceğini belirtir: Tarski, FDDK boyunca, sözgelimi doğruluğu belli bir bakımdan faydalı olmakla eşitleyen *faydacı* anlayıştan farklı olarak, sadece, doğruluğu *gerçekliğe tekabül etme* olarak alan *klasik* doğruluk anlayışıyla ilgilenecektir. Daha sonraki bir makalesinde Tarski (1944, s. 343), klasik doğruluk anlayışına "*klasik Aristotelesçi doğruluk anlayışı*" da der ve bu anlayışta içerilen sezgilerin, Aristoteles'in *Metafizik*'teki (Γ, 1011b 26-7) şu ünlü sözlerinde dile geldiğini belirtir:

Olan hakkında onun olmadığını veya olmayan hakkında onun olduğunu söylemek yanlış, olan hakkında onun olduğunu veya olmayan hakkında onun olmadığını söylemekse doğrudur.¹²

Sonuç olarak, FDDK'de Tarski, klasik Aristotelesçi doğruluk anlayışı çerçevesinde, bir dizi dil için, doğruluğun veya doğru bir cümle olmanın içerikçe uygun ve formel olarak düzgün bir tanımının verilip verilemeyeceğini araştırır. § 1'de varılan sonuç, gündelik dil için böyle bir şeyin olanaksız olduğudur. § 2'de formelleştirilmiş diller, özellikle de sınıflar kalkülünün dili tanıtılır.¹³ § 3'te, sınıflar kalkülünün dili için arzu edilen türde bir doğ-

¹² Aristoteles'in meşhur sözlerinin çevirisinde Tarski'ye uyduk, fakat bu sözler daha yalın olarak şöyle de çevrilebilir: "Olanın olmadığını veya olmayanın olduğunu söylemek yanlış, olanın olduğunu ve [ya] olmayanın olmadığını söylemekse doğrudur" (τὸ μὲν γὰρ λέγειν τὸ ὄν μὴ εἶναι ἢ τὸ μὴ ὄν εἶναι ψεῦδος, τὸ δὲ τὸ ὄν εἶναι καὶ τὸ μὴ ὄν μὴ εἶναι ἀληθές).

¹³ Künne'nin (2003, s. 192) de belirttiği gibi, sınıflar kalkülü küme teorisinin bir fragmanıdır ve bu fragmanın dili "Boole'un sınıflar kalkülü" veya "Boole'un sınıflar cebiri" olarak da bilinir.



ruluk (doğru cümle) tanımı inşa edilir. Takip eden kesimlerdeyse genel olarak şu ikisinin yapıldığını söyleyebiliriz: (i) Daha farklı formel diller için de arzu edilen türde bir doğruluk tanımının verilebileceği ve (ii) belli özelliklere sahip formel diller içinse böyle bir tanımın verilemeyeceği gösterilir.

2. Gündelik Dilin Paradoksalılığı

Tarski, FDDK § r'in hemen başında, gündelik dilde doğruluğu tanımlama problemini kısaca irdeleyeceğini ve bu problemi çözme girişimlerinin karşılaştığı çeşitli güçlükleri özellikle vurgulamak istediğini belirtir. Gündelik dil söz konusu olduğunda, doğruluğun veya doğru cümlelerin “*semantik bir tanımının*” aranmasını doğal bulan Tarski (1933/1983a, s.155), böyle bir tanımı ilkin şu sözlerle ifade edebileceğimizi düşünür:

(1) *doğru bir cümle, şeylerin şöyle şöyle olduğunu söyleyen bir cümledir ve şeyler gerçekten de öyledir.*

Yani doğru bir cümle, hakkında konuştuğu şeylerin falanca şekilde olduğunu söyler ve bu şeyler gerçekten de bu cümlelerin söylediği gibidir. Tarski'ye (1933/1983a, s.155) göre, formel düzgünlük, açıklık ve içinde geçen ifadelerin muğlak olmaması perspektifinden bakıldığında, bu formülasyon – yani (1) – arzu edilir bir seviyede değildir; fakat (1)'in “sezgisel anlamı ve genel maksadı son derece açık ve anlaşılır görünmektedir. Bu maksadı daha kesin kılmak ve ona düzgün bir form vermek, tam da, semantik bir tanımın görevidir”.

Tarski (1933/1983a, s.155), bu anlamda düzgün bir semantik tanım verebilmek için, “bir cümlelerin doğruluğunun kısmi tanımları olarak veya daha doğrusu ‘*x* doğru bir cümledir’ türünden çeşitli somut söyleyiş biçimlerinin açıklamaları olarak” hizmet edebilecek özel türden bazı cümlelerle başlayabileceğimizi ve bu gibi cümlelerin genel şemasının şu şekilde sunulabileceğini belirtir:

(2) *x doğru bir cümledir ancak ve ancak p ise.*¹⁴

Bu şemada, “*x*” ifadesi bir cümlelerin adının yerini, “*p*” ifadesi ise bu cümlelerin kendisinin yerini tutar. Dolayısıyla bu şemanın bir örneğini elde

¹⁴ Bu şemanın örneklerini – yani bu şemayı örnekleyen cümleleri – verirken, şemanın italik yazılmış olmasını dikkate almayacağız.



edebilmek için “*x*”in yerine bir cümlelin adını ve “*p*”nin yerine de bu cümlelin kendisini koymamız gerekir.

Şimdi, herhangi bir ifadeyi tırnak içine alarak bu ifadenin bir adını elde edebiliriz, dolayısıyla bir cümleyi de tırnak içine alarak bu cümlelin bir adını elde edebiliriz. Örnek olarak

Kar beyazdır
cümlesini alalım. Bu cümleye işaret etmek için

“Kar Beyazdır” cümlesi
ifadesini veya kısaca

“Kar beyazdır”
ifadesini kullanabiliriz; bu iki ifade, başlangıçtaki cümlelin adları olarak iş görürler. Buna göre, şema (2)’nin bir örneği şu olacaktır:

“Kar beyazdır” doğru bir cümledir ancak ve ancak kar beyaz ise.

İşte bu son cümle, Tarski’ye göre, “gündelik dilde doğru bir cümle”nin kısmi bir tanımı veya açıklaması olarak görülebilir, zira doğru bir cümle olmayı gündelik dildeki her cümle açısından olmasa da “Kar beyazdır” cümlesi açısından – görünen o ki son derece isabetli bir şekilde – tanımlamakta veya açıklamaktadır.

Gelgelelim şema (2)’nin her örneği bu denli açık ve problemsiz değildir. Bunu daha iyi görebilmek için, bir cümleye kendimizce bir ad verelim. Örneğin aşağıdaki cümlelin adı “*s*” olsun:

s doğru bir cümle değildir.

Şimdi, şema (2)’de “*x*”in yerine bu cümlelin adı olan “*s*”yi ve “*p*”nin yerine de bu cümlelin kendisini koyduğumuzda bu şemanın şöyle bir örneğini elde ederiz:

s doğru bir cümledir ancak ve ancak *s* doğru bir cümle değilse.

Burada *s*’nin ancak ve ancak doğru değilse doğru olduğunu – yani *s*’nin doğru ise yanlış ve yanlış ise doğru olduğunu – bildiren paradoksal bir örnekle karşılaşmış bulunuyoruz. Böyle bir paradoks¹⁵ karşılaşmış olmamızın sebebi, *s*’nin tam da kendi kendisine gönderen (kendi kendisi hakkında konuşan) ve kendisinin doğru olmadığını söyleyen bir cümle olmasıdır.

¹⁵ Tarski’nin “paradoks” kelimesinden ziyade “antinomi” kelimesini tercih ettiğini belirtelim.



Standart iki değerli mantığın kurallarına bağlı kaldığımız müddetçe, kendi kendisinin doğru olmadığını söyleyen bu gibi her cümlelerin doğru ise yanlış ve yanlış ise doğru olduğunu söylemek durumunda kalırız.

Tarski'ye (1933/1983a, s. 163-164) göre, gündelik dilde şema (2)'nin böyle paradoksal örnekleriyle karşılaşmamızın sebebi, gündelik dilin evrenselliğidir. Gündelik dil, çeşitli ifadelerin yanı sıra bu ifadeleri adlandırmanın ve onlar hakkında konuşmanın zengin olanaklarına sahip olması; “doğru (bir) cümle(dir)”, “ad(ıdır)”, “gönderir” veya “belirtir” gibi semantik ifadeler veya yüklemeler içermesi; nihayet, bu gibi olağan semantik yüklemelerin kısıtsız olması (Soames 1999, s. 67), yani bizzat kendilerini içeren ifadelere de uygulanabilmeleri anlamında evrenseldir. Tarski'ye göre (1933/1983a, s. 164-165), Yalancı paradoksu gibi paradokslar, şimdi açıkladığımız anlamda evrensel olan ve olağan mantık kurallarının yürürlükte olduğu bir dilin tutarsızlığını kanıtlıyor görünmektedir. Böylece FDDK § 1 şu sonuçla kapanır:

Eğer bu gözlemlerde bir hata yoksa [*are correct*] o zaman “doğru cümle” ifadesinin mantığın yasalarıyla ve gündelik dilin ruhuyla uyumlu olan tutarlı bir kullanımının bizzat olanağı çok şüpheli görünür ve sonuç olarak aynı şüphe bu ifadenin düzgün bir tanımını inşa etmenin olanağına da ilişir. (Tarski 1933/1983a, s. 165)

Kısacası, Tarski'nin nazarında, gündelik dil için “doğru cümle”nin içerikçe uygun ve formel olarak düzgün bir tanımını inşa etmek olanaklı görünmemektedir.

3. Formelleştirilmiş Diller ve Üst Dil-Nesne Dil Ayrımı

Böylece Tarski, FDDK § 2'nin hemen başında, gündelik dil için “doğru cümleyi” tanımlama problemini bir kenara bırakacağını ve bütün dikkatini *formelleştirilmiş dillere* vereceğini açıklar. Tarski'nin yine burada belirttiği gibi, formelleştirilmiş diller, kabaca söylemek gerekirse, her ifadenin anlamının tam da onun formu yoluyla emsalsiz olarak belirlendiği, yapay olarak inşa edilmiş dillerdir. Tarski (1933/1983a, s. 166), bu gibi dillerin, yine bu diller çerçevesinde formelleştirilen dedüktif bilimlerin incelenmesi amacıyla inşa edildiklerini, öyle ki, ilgili dilin ve dedüktif bilimin tek bir bütüne geliştiğini ve bizim de, örneğin sınıflar kalkülünün dilinden söz ederken yaptığımız gibi, rastgele bir formel dilden ziyade formelleştirilmiş belli bir dedüktif bilimin dilinden söz ettiğimizi belirtir.



Tarski'nin dikkatini yönelteceği formelleştirilmiş dillerin esasında birer (dedüktif) bilim dili olmaları önemlidir; zira bir bilim dili olmaları sıfatıyla *anlamsız olamazlar* ve ait oldukları bilimin nesneleri hakkında anlamlı ifadelerin, hepsinden önemlisi de bu nesneler hakkında doğru veya yanlış olabilecek anlamlı cümlelerin kurulabildiği diller olmak durumundadırlar. Nitekim Tarski (1933/1983a, s. 166) ilgileneyeceği formel dillerin anlamsız değil, anlamlı diller olacağını altını özellikle çizerek ve ifadelerine kesin bir anlam verilmemiş formel bir dil için “doğru cümle”yi tanımlamaya çalışmanın anlamsız bir iş olacağını belirtir. Gerçekten de bir cümlemin doğru veya yanlış olabilmesi için, doğru veya yanlış olabilecek bir şey söylemesi, bu da demektir ki anlamlı olması gerekir; o halde kendisi için “doğru bir cümle”yi tanımlamak istediğimiz bir dilin cümleleri de anlamlı olmalıdır. Sonuç olarak Tarski'nin, mantık literatüründe tanıdık bir ifadeyi kullanmamız gerekirse, (tam olarak) *yorumlanmış* formel dillerle ilgileneyeceğini söyleyebiliriz.¹⁶

Böyle formelleştirilmiş dillerin iki özelliğine Tarski (1933/1983a, s. 166) ile beraber bizim de işaret etmemiz yararlı olacaktır. İlk olarak, bu tür her dil için, dilin ifadelerinin kendilerinden kurulduğu işaretlerin/sembollerin yapısal bir listesi veya betimlemesi verilir. Yani bu gibi her dilin alfabesi veya temel sembolleri formel bir açıklık ve kesinlikle ortaya konur. Daha genel olarak, bu tür her dilin formel olarak açık ve kesin bir sentaksa sahip olduğunu söyleyebiliriz. İkinci olarak, böyle bir dilin temel sembollerinden kurulabilecek olanaklı tüm ifadeleri içinde birer cümle olan ifadeleri, sırf yapısal özellikleriyle ayırt edilirler. Yani böyle bir dilin cümleleri sırf formel/sentaktik yapıları yoluyla dilin diğer ifadelerinden kesin olarak ayırt edilirler.

Tarski'nin (1933/1983a, s. 167) altını çizdiği bir diğer husus, formelleştirilmiş dillerin gündelik dildeki evrensellik özelliğine sahip *olmaz*larıdır. Daha açık olarak söylemek gerekirse, bu dillerin pek çoğu, kendi ifadeleri veya bir diğer dilin ifadeleri hakkında konuşma ve bu gibi ifadeler arasındaki yapısal bağlantıları betimleme olanaklarından yoksundur. İşte tam da bu yüzden,

¹⁶ Tarski'nin niçin sırf “formel diller” değil de “formelleştirilmiş diller” dediği iyice açık olmalı: Tarski, hiç yorumlanmamış veya ancak kısmen yorumlanmış – yani ifadelerine hiç anlam verilmemiş veya sadece bazı ifadelerine kesin bir anlam verilmiş – formel dillerle değil, dedüktif/matematiksel bilimlerin (disiplinlerin veya araştırma sahalarının) formelleştirilmiş de olan anlamlı dilleriyle ilgilenmektedir.



formelleştirilmiş dedüktif bir bilimin dilini incelerken, *hakkında* konuştuğumuz dil ile *içinde* konuştuğumuz dil arasında [...] daima açık bir ayırım yapmamız gerekir. İlk dilin ifadelerinin ve onlar arasındaki ilişkilerin adları, *üst-dil* denen (ve ilk dili bir kısmı olarak içerebilecek olan) ikinci dile aittir. (Tarski 1933/1983a, s. 167)

Burada Tarski, mantıkçıların – tam da Tarski sayesinde – bugün artık önemini çok iyi bildikleri üst dil-nesne dil ayırımına işaret etmektedir. Şimdi, bir dil hakkında konuşacaksa bunu ancak yine bir dili kullanarak yapabiliriz. Bir dil hakkında konuştuğumuzda, hakkında konuştuğumuz dile (konu veya nesne edindiğimiz dil olması sıfatıyla) “nesne dil”, böyle bir nesne dil hakkında konuşmak için kullandığımız dile ise “üst dil” denir. Mesela İngilizce hakkında Türkçe’yi kullanarak konuşursak nesne dilimiz İngilizce ve üst dilimiz Türkçe olur. Veya Türkçe hakkında Türkçe’yi kullanarak konuşursak nesne dilimiz de üst dilimiz de Türkçe olur. Öte yandan Tarski’nin örneğin FDDK § 3’teki nesne dili kendisi için “doğru bir cümle”nin tanımını inşa ettiği formelleştirilmiş dil, yani sınıflar kalkülünün dili iken, üst dili ise bu tanımını inşa ederken kullandığı dil, yani mantıksal ve matematiksel sembol ve kavramlarla zenginleştirilmiş bir dildir.

L, kendisi için bir doğru cümle tanımını inşa etmek istediğimiz, fakat kendi ifadelerine gönderme ve kendi ifadeleri hakkında konuşma olanağından yoksun (anamlı bir) formel dil olsun. Bu durumda, böyle bir tanım – yani “L’nin doğru bir cümlesi”nin tanımını – L ‘nin ifadeleri hakkında konuşma olanaklarına sahip olan bir M üst dilinde vermemiz gerekir. Şimdi bu L ve M dillerinin şu özelliklere sahip olduğunu kabul edelim:

- A. L’nin hiçbir semantik yüklemi olmasın ve L kendi ifadelerine gönderme ve kendi ifadeleri üzerinde niceleme olanaklarına sahip olmasın.
- B. Ayrıca L’nin, içeriği/anlamı bir bağlamdan bir diğer bağlama değişebilecek hiçbir bağlamsal ifadesi olmasın.
- C. M ise, L’nin tamamını bir parçası olarak içermenin yanı sıra, L’yi incelemenin olanaklarını da içeren daha zengin bir dil olsun. M, özellikle de,
 - a. L’nin ifadelerine ve ifade kümelerine ve



b. L'nin cümleleri hangi nesneler hakkında konuşuyorsa o nesnelerin elemanlar olarak yer aldığı sıralı *n*'lillere göndermenin ve bunlar üzerinde nicelemenin olanaklarına sahip olsun.

Böylece Soames (1999, ss. 67-8) ile beraber şunları söyleyebiliriz: Tarski, bu özelliklere sahip olan ve bu şekilde ilişkili olan L ve M verildiğinde, L'nin tüm doğru cümlelerine ve sadece L'nin doğru cümlelerine uygulanan bir doğruluk yüklemine M'de nasıl inşa edilebileceğini göstermiştir. Bu doğruluk yüklemi M'ye ait olup L'ye ait olmadığından ve sadece L'nin cümleleri hakkında kullanılabileceğinden, bu yüklem kendisini içeren hiçbir cümleye uygulanamaz. Böylece bu doğruluk yüklemiyle hiçbir yalancı paradoksu üretilmez.

4. T Şeması

Tarski'ye (1933/1983a, s. 187) göre, nesne dilimiz için inşa etmek istediğimiz doğru cümle tanımından şu ikisinden daha fazlasını bekleyemeyiz: O, (i) metodolojik düzgünlüğün olağan koşullarını sağlamalı ve (ii) semantik bir tanım olarak, istisnasız her kısmi doğruluk tanımını özel örnekleri olarak içermelidir. (i)'de ifade edilen koşul formel düzgünlük koşulu, (ii)'de ifade edilen koşula içerikçe uygunluk koşuludur. (ii)'yi biraz daha açmamız gerekirse, nesne dilimiz için inşa edeceğimiz doğru cümle tanımı, nesne dilimizin her cümlesi için, (bu makalenin 3. kesiminde takdim ettiğimiz) şema (2)'nin örneğini mantıksal olarak içermeli, yani mantıksal bir sonuç olarak gerektirmelidir.

Tarski (1933/1983a, s. 187-8), içerikçe uygunluk koşulunun farklı ve daha yetkin bir ifadesi olan meşhur T uyluşımını da yine bu bağlamda takdim eder.¹⁷ Burada, T uyluşımının ayrıntılarıyla ilgilenmek yerine, onun, kendisi için “doğru bir cümle”yi tanımlamak istediğimiz bir L nesne dili açısından neyi gerektirdiğini söylememiz yeterlidir. T uyluşımına göre, L için verilen bir doğru cümle tanımının içerikçe uygun olmasının gerekli ve yeterli koşulu, bu tanımın, L'nin her cümlesi için, aşağıdaki T şemasının

¹⁷ İster doğal ister yapay olsun, insani bir dil, insani bir uyluşım sistemidir. Yani insani bir dil, insanların belli ifadeleri belli anlamlarla ve belli kurallar çerçevesinde kullanmak üzere bilinçli veya bilinçsiz olarak uyluşmalarıyla var olabilir. Patterson'ın (2012, s. 132) sözleriyle, bir dilin ifadeleri “anlamlarını dilin uyluşımları yoluyla kazanırlar” ve “T Uyluşımı da bu bakımdan tüm diğerleri gibi bir *uylaşım*dir: O, belli bir ifadeyi belli bir sezgisel anlamı ifade etmeye uygun kılan bir şekilde kullanmanın bir yolunu bildirir”.



örneğini mantıksal olarak içermesidir:

T şeması: x L'de doğru bir cümledir ancak ve ancak p ise.

T şemasının bir örneğini elde edebilmek için, “ x ”in yerine nesne dilimizin bir cümlesinin adını ve “ p ”nin yerine de bu aynı cümlemin kendisini veya üst dilimize kusursuz bir tercümesini¹⁸ koymamız gerekir. Buna göre, eğer L “Kar beyazdır” cümlesini (tam da Türkçe'deki anlamıyla) içeriyor olsaydı, L için içerikçe uygun bir doğruluk tanımının, T şemasının şu örneğini de mantıkça gerektirmesi gerekirdi:

“Kar beyazdır” L'de doğru bir cümledir ancak ve ancak kar beyaz ise.

Tabii bu örnek, aynı zamanda, L'nin tek ve belli bir cümlesinin doğruluğundan ne anlamamız gerektiğini açıklayan kısmi bir doğruluk tanımı olurdu. Bu bağlamda, Tarski'nin probleminin, bu gibi kısmi doğruluk tanımlarını, formel düzgünlük ve içerikçe uygunluk standartlarına uygun bir şekilde genellemek olduğunu söyleyebiliriz (Soames 1999, s. 69).

Eğer L'nin cümleleri “Aslı bir felsefecidir”, “Berrin bir felsefecidir”, ..., “Zuhal bir felsefecidir” gibi sonlu sayıda cümleden ibaret olsaydı ve bu cümleler tam da Türkçe'de geldikleri anlama gelselerdi, L'nin doğru bir cümlesinin Tarski'nin taleplerine uygun bir tanımı şu şekilde verilebilirdi (bkz. Tarski 1933/1983a, s. 188 ve Soames 1999, s. 69-70):

L'nin her c cümlesi için, c L'de doğru bir cümledir ancak ve ancak

(c = “Aslı bir felsefecidir” ve Aslı bir felsefecidir) veya

(c = “Berrin bir felsefecidir” ve Berrin bir felsefecidir) veya

... veya

(c = “Zuhal bir felsefecidir” ve Zuhal bir felsefecidir)

ise.

Fakat L'nin cümlelerinin sayısı sonlu olmayabilir. Nitekim kendisi için “doğru bir cümle”yi tanımlayacağımız dil formelleştirilmiş bir bilim dili ise,

¹⁸ Eğer üst dilimiz nesne dilimizi bir fragman olarak içeriyorsa nesne dilimizdeki her cümle aynı zamanda üst dilimizdeki bir cümle olacaktır ve üst dilimizde de kullanılabilir. Yani böyle bir durumda T şemasında “ p ”nin yerine nesne dilimizin bir cümlesini olduğu gibi koyabiliriz (T şeması'nın örnekleri üst dilimize aittir). Fakat eğer üst dilimiz nesne dilimizi bir fragman olarak içermiyorsa o zaman T şemasının nesne dilimizden herhangi bir cümle için bir örneğini üretebilmemizin koşulu, “ p ”nin yerine bu cümlemin üst dilimize kusursuz bir tercümesini koymaktır.



onun cümlelerinin sayısının sonlu olması pek de beklenemez (örneğin sınıflar kalkülünün dilinin cümlelerinin sayısı sonsuzdur). Şimdi, bir L dilinin doğru bir cümlesini içerikçe uygun ve formel olarak düzgün bir şekilde tanımlayabilmek için,

L 'nin her c cümlesi için, c L 'de doğru bir cümledir ancak ve ancak ... ise.

şemasındaki üç noktayı uygun bir şekilde doldurmamız gerekir; fakat eğer L sonsuz sayıda cümle içeriyorsa bunu yukarıdaki gibi yapamayız, çünkü sonsuz sayıda cümleyi yukarıdaki gibi fiilen listelemeyiz. Soames'un (1999, s. 71) da belirttiği gibi, Tarski'nin bu problem karşısındaki çözümü, L 'nin en basit (bir diğer deyişle atomik) cümleleri için uygun bir doğruluk tanımını formüle etmek, sonra da bu tanımı, L 'nin bileşik/karmaşık bir cümlesinin doğruluk değerini onun bileşenlerine göre belirleyen ilkeleri açıkça ortaya koyarak, L 'nin tüm cümlelerine genişletmektir.

5. Formel Bir Dil: L

Daha önce de belirttiğimiz gibi Tarski, FDDK § 3'te, sınıflar kalkülünün dili için, buraya kadar değindiğimiz koşullara uygun olan bir doğru cümle tanımı inşa eder. Biz bu noktada Tarski'den biraz ayrılacağız. Onun özel olarak sınıflar kalkülünün dili için inşa ettiği doğru cümle tanımını aynen vermek yerine, Tarski'nin yöntemini, modern birinci düzey mantık (niceleme/yüklem mantığı) konusunda temel bir bilgiye sahip olan okurun kolayca kavrayabileceği bir L formel diline uygulayacak ve " L 'nin doğru bir cümlesi"ni bu yöntemle tanımlayacağız.

Bu noktada ilk yapmamız gereken şey, L 'yi açıkça tanımlamaktır. Bu da, ilk olarak, L 'nin temel öğelerini ve sentaksını açıkça ortaya koymayı gerektirir. L , birinci düzey bir niceleme dilidir ve temel öğeleri şunlardan ibarettir: (kimisi birli, kimisi ikili, kimisi üçlü vs. olabilecek) sonlu sayıda yüklem sembolü; (kimisi birli, kimisi ikili, kimisi üçlü vs. olabilecek) sonlu sayıda fonksiyon sembolü; sonlu sayıda ad sembolü; değilleme eklemi " $\neg$ "; tümel evetleme eklemi " $\wedge$ "; " x_1 ", " x_2 ", " x_3 ", ..., " x_n ", ... şeklinde – endekslerinin (yani alt sayılarının) doğal sırasına göre sıralayabileceğimiz – sonsuz sayıda değişken ($n \in \mathbb{N}$ ve $n \geq 1$); tümel niceleme işareti " $\forall$ "; parantez açılışı " $($ ", parantez kapanışı " $)$ " ve nihayet virgül " $,$ ". Vereceğimiz bazı örnekler açısından, şu belirlemeyi de yapalım: " a " ve " b " L 'nin birer ad sembolü, " F " L 'nin



birli bir yüklem sembolü ve “G” de L'nin ikili bir yüklem sembolüdür.¹⁹

L'nin sentaksı, ilki L'nin bir terimini, ikincisiye L'nin bir formülünü tanımlayan iki endüktif tanımla bilindik şekilde verilebilir:

Tanım 1 (L'nin Bir Terimi): L'de, (i) her ad sembolü ve her değişken (atomik) bir terimdir, (ii) f^n n'li bir fonksiyon sembolü ve $t_1, \dots, t_n$ birbirinden virgülle ayrılmış n tane terimse $f^n(t_1, \dots, t_n)$ de bir terimdir ($n \in \mathbb{N}$ ve $n \geq 1$), (iii) bunlardan başka hiçbir şey bir terim değildir.

Tanım 2 (L'nin Bir Formülü): L'de, (i) $\mathcal{F}^n$ n'li bir yüklem sembolü ve $t_1 \dots t_n$ birbirine bitişik olarak dizilmiş n tane terimse $\mathcal{F}^n t_1 \dots t_n$ (atomik) bir formüldür ($n \in \mathbb{N}$ ve $n \geq 1$), (ii) $\mathcal{A}$ bir formülse $\neg \mathcal{A}$ da bir formüldür, (iii) $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ birer formülse $(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B})$ de bir formüldür, (iv) $\mathcal{A}(v_i)$ bir v_i değişkeninin en az bir kez geçtiği ve her geçişinin serbest (bağısız) olduğu bir formül ve $\forall v_i$ yine bu aynı v_i değişkenini içeren tümel niceleyiciyse $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ de bir formüldür, (v) bunlardan başka hiçbir şey bir formül değildir.²⁰

Bu noktada, L'nin formüllerindeki eklem geçişlerinin kapsamlarını, L'nin formüllerindeki serbest değişken geçişlerini ve L'nin açık ve kapalı formüllerini de olağan şekilde tanımlandığını belirtmekle yetinelim.

L, kendisi için “doğru bir cümle”yi tanımlayacağımız bir dil olduğuna göre anlamsız bir dil olamaz; o, tamamen yorumlanmış bir dil olmak zorundadır. Biraz daha açarak söylememiz gerekirse: (1) L bazı bireyler veya nesneler hakkında konuşur ve bu bireylerin kümesi L'nin söz evrenidir, (2)

¹⁹ Aslında L'nin temel öğelerini bundan çok daha kesin bir şekilde tanımlamamız, yani tam olarak hangi sembollerin veya ifadelerin L'nin birli, ikili vs. yüklem veya fonksiyon sembolleri olduğunu ve tam olarak hangi sembol veya ifadelerin L'nin ad sembolleri olduğunu formal bir kesinlikle ortaya koymamız gerekir. Fakat burada bununla ilgilenmeyecek ve birinci düzey mantıkla tanışık okurun bunu yapmanın tekniklerini bildiğini varsayacağız.

²⁰ Bu tanımlarda geçen “ f^n ”, “ $t_1, \dots, t_n$ ”, “ $\mathcal{F}^n$ ”, “ $\mathcal{A}$ ”, “ $\mathcal{B}$ ”, “ v_i ”, “ $\forall v_i$ ”, “ $\mathcal{A}(v_i)$ ” ve “ $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ ” ifadeleri nesne dilimiz L'ye değil, üst dilimize ait olan ve nesne dilimizin çeşitli ifadeleri hakkında üst dilimizde genel olarak konuşmamızı olanaklı kılan şematik değişkenlerdir. Burada iki hususu daha belirtelim. (i) L, olanaklı her doğruluk fonksiyonel eklemi içermemekle birlikte doğruluk fonksiyonel açıdan yeterli bir dildir. Örneğin “ $\vee$ ” sembolünün tikel evetleme eklemine, “ $\rightarrow$ ” sembolünün koşul eklemine ve “ $\Box$ ” sembolünün de karşılıklı koşul eklemine temsil ettiğini kabul edersek, $(\mathcal{A} \vee \mathcal{B})$, $(\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B})$ ve $(\mathcal{A} \Box \mathcal{B})$ formundaki ifadeleri, sırasıyla, L'nin $\neg(\neg \mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B})$, $\neg(\mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B})$ ve $(\neg(\mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B}) \wedge \neg(\mathcal{B} \wedge \neg \mathcal{A}))$ formundaki formüllerinin enformel kısaltmaları olarak düşünebiliriz. (ii) L, bir tikel niceleme sembolü ve dolayısıyla herhangi bir tikel niceleyici içermemektedir. Bununla birlikte bir tikel niceleme cümlesi bir değilme eklemi ve bir tümel niceleyici yardımıyla da sembolleştirileceğinden bu bir problem değildir: Eğer “ $\exists$ ” sembolü tikel niceleme sembolüyse, $\exists v_i \mathcal{A}(v_i)$ formundaki bir ifadeyi, L'nin $\neg \forall v_i \neg \mathcal{A}(v_i)$ formundaki bir ifadesinin enformel bir kısaltması olarak düşünebiliriz.



L'nin her ad sembolü (bir diğer ad sembolüyle aynı veya farklı) bir bireye gönderir ve bu birey L'nin söz evreninin bir elemanıdır (ayrıca L'nin hiçbir ad sembolü birden fazla bireye göndermez), (3) L'nin her bir fonksiyon sembolü L'nin söz evreni üzerinde tanımlı bir fonksiyonu temsil eder, (4a) L'nin her bir birli yüklem sembolü, bir bireyin sahip olabileceği bir özelliği temsil eder ve (4b) L'nin her bir çoklu yüklem sembolü iki veya daha çok birey arasında bulunabilecek bir bağıntıyı temsil eder. O halde L'yi tam anlamıyla tanımlamak, bütün bunları da açık bir şekilde ortaya koymayı gerektirir. Bunu da formel standartlara uygun bir şekilde yaptığımızı kabul edelim.

6. L'nin Doğru Bir Cümlesinin Tanımına Doğru Bir İlk Adım

L'nin cümlelerinin sayısı sonsuzdur. Bir örnek vermek gerekirse, L'nin “*Fa*” gibi basit bir cümlesi ve L'nin değilleme eklemi verildiğinde, bu eklem farklı sayıda geçişlerini “*Fa*”nın önüne ekleyerek “*¬Fa*”, “*¬¬Fa*”, “*¬¬¬Fa*” ... gibi sonsuz sayıda L cümlesi elde edebiliriz. Fakat L'nin sentaksı gereği, L'nin bir cümlesi ya $\mathcal{F}^n t_1 \dots t_n$ formunda atomik bir cümledir ya $\neg \mathcal{A}$ formunda bir değilleme cümlesidir ya $(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B})$ formunda bir tümel evetleme cümlesidir ya da $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ formunda bir tümel niceleme cümlesidir. Dahası, yine L'nin sentaksı gereği, bir L cümlesi bu formlardan birine sahipse diğer hiçbirine sahip olamaz, yani örneğin bir L cümlesi bir değilleme cümlesiye atomik bir cümle veya bir tümel evetleme cümlesi veya bir tümel niceleme cümlesi olamaz. Dolayısıyla, bu formların her biri için, böyle bir forma sahip olan bir cümlemin doğruluğundan ne anlamamız gerektiğini tanımlayabilirsek, L'nin istisnasız her cümlesini kuşatan bir doğruluk tanımı da vermiş, yani “L'nin doğru bir cümlesi”ni tanımlamış oluruz.

L'nin atomik cümleleriyle başlayalım. Bir örnek olarak “*Fa*” cümlesini irdeleyebiliriz. Şimdi, “Aslı bir felsefecidir” cümlesi ancak ve ancak Aslı bir felsefeciyse, yani adı “Aslı” olan birey bir felsefeci olma özelliğine sahipse doğrudur. Benzer olarak “*Fa*” cümlesi de ancak ve ancak “*a*”nın gönderdiği birey “*F*”nin temsil ettiği özelliğe sahipse doğrudur. Aynı hususu şu şekilde de ifade edebiliriz: “*Fa*” cümlesi doğrudur ancak ve ancak “*F*”nin temsil ettiği özellik “*a*”nın göndergesi *bakkında doğruysa*.

Bir diğer örnek olarak “*Gab*” cümlesini irdeleyelim. Şimdi, “Aslı Berrin’e güveniyor” cümlesi ancak ve ancak Aslı Berrin’e güveniyorsa doğrudur. Yani bu cümlemin doğru olmasının gerekli ve yeterli koşulu, Aslı ile Berrin



arasında, Aslı ile Berrin tam da bu sırayla belirtilmek kaydıyla, belirtilen birinci bir bireyin belirtilen (aynı veya farklı) ikinci bir bireye güvendiğini söyleyerek ifade ettiğimiz bağıntının olmasıdır. Benzer olarak “*Gab*” cümlesinin doğruluğunun gerekli ve yeterli koşulu da “*a*”nın göndergesi ile “*b*”nin göndergesi arasında, bu bireyler tam da bu sırayla alınmak kaydıyla, “*G*”nin temsil ettiği bağıntının olmasıdır. Aynı hususu şu şekilde de ifade edebiliriz: “*Gab*” cümlesinin doğru olmasının gerekli ve yeterli koşulu, “*G*”nin temsil ettiği bağıntının, birinci elemanı “*a*”nın gönderdiği birey ve ikinci elemanı “*b*”nin gönderdiği birey olan $\langle \alpha_a, \alpha_b \rangle$ sıralı ikilisi *hakkında doğru* olmasıdır.

Bu iki örnek bir genelleme yapmamız için yeterlidir. Eğer “sıralı bir birli” ile tek bir elemanı olan bir sıralıyı anlarsak ve sıralı bir birlinin yegane elemanı ile bu sıralı birlinin kendisinin bir ve aynı şey olduğunu kabul edersek – yani örneğin Aslı’nın $\langle \text{Aslı} \rangle$ ile bir ve aynı birey olduğunu kabul edersek – L’nin atomik cümlelerinin doğruluğunu genel olarak şu şekilde tanımlayabiliriz:

$\mathcal{F}^n t_1 \dots t_n$ L’de doğru bir cümledir ancak ve ancak $\mathcal{F}^n$ tarafından temsil edilen özellik veya bağıntı, elemanları sırasıyla $t_1, \dots, t_n$ ’in göndermeleri olan $\langle \alpha_1, \dots, \alpha_n \rangle$ sıralı n ’lisi hakkında doğruysa.

Öte yandan değilleme ekleminin ve tümel evetleme ekleminin L tarafından da paylaşılan standart yorumu gereği, L’nin $\neg \mathcal{A}$ formundaki bir cümlesinin ancak ve ancak $\mathcal{A}$ doğru değilse doğru olacağı ve $(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B})$ formundaki bir L cümlesinin de ancak ve ancak hem $\mathcal{A}$ hem de $\mathcal{B}$ doğru ise doğru olacağı açıktır.

Eğer L içerdiği doğruluk fonksiyonel eklemlerden başka hiçbir mantıksal eklem içermeseydi, yani eğer L sadece değilleme ve tümel evetleme eklemlerini içerseydi ve hiçbir niceleyici içermeseydi, o zaman L’nin doğru bir cümlesini şu şekilde tanımlayabilirdik:

1. $\mathcal{F}^n t_1 \dots t_n$ L’de doğru bir cümledir ancak ve ancak $\mathcal{F}^n$ tarafından temsil edilen özellik veya bağıntı, elemanları sırasıyla $t_1, \dots, t_n$ ’in göndermeleri olan $\langle \alpha_1, \dots, \alpha_n \rangle$ sıralı n ’lisi hakkında doğruysa.
2. $\neg \mathcal{A}$ L’de doğru bir cümledir ancak ve ancak $\mathcal{A}$ L’de doğru değilse.
3. $(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B})$ L’de doğru bir cümledir ancak ve ancak hem $\mathcal{A}$ hem de $\mathcal{B}$ L’de doğruysa.



Ama biliyoruz ki L, iki doğruluk fonksiyonel ekleme ilaveten tümel niceleme eklemeni ve $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ formundaki tümel niceleme cümlelerini de içerir. Dahası $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ formundaki bir L cümlesinin ana bileşeni $\mathcal{A}(v_i)$ 'dir ve $\mathcal{A}(v_i)$ formülü kapalı bir formül değil, v_i değişkeninin en az bir kez geçtiği ve tüm geçişlerinin serbest olduğu *açık* bir formüldür. Örneğin " $\forall x_1 Fx_1$ " cümlesinin ana bileşeni, " x_1 " değişkeninin en az bir kez geçtiği ve tüm geçişlerinin serbest olduğu " Fx_1 " açık formülüdür. Fakat açık bir formülün doğru veya yanlış olduğunu söyleyemeyiz.²¹ Dolayısıyla L'nin bir tümel niceleme cümlesinin doğruluğunu – sözelimi L'nin bir değilleme cümlesinde olduğu gibi – onun ana bileşeninin doğruluk değerine dayandıracak bir şekilde tanımlamamız olanaklı değildir, çünkü bu ana bileşenin bir doğruluk değeri olamaz.

Bu noktada aklımıza gelebilecek bir çözüm, L'nin bir tümel niceleme önermesinin doğruluğunu onun özellemelerinin doğruluğu çerçevesinde tanımlamaktır. Bu çözümü açık kılmak için "Her gezegen bir yıldızın etrafında döner" cümlesini alalım. Eğer "Her gezegen bir yıldızın etrafında döner" cümlesi doğruysa, onun "Merkür bir yıldızın etrafında döner", "Venüs bir yıldızın etrafında döner", "Dünya bir yıldızın etrafında döner" gibi bütün özellemeleri de doğru olmak zorundadır. Ayrıca bunun tersinin de doğru olduğunu, yani "Her gezegen bir yıldızın etrafında döner" cümlesinin bütün özellemeleri doğruysa bu cümlemin kendisinin de doğru olmak zorunda olduğunu düşünebiliriz. Böylece "Her gezegen bir yıldızın etrafında döner" cümlesinin doğruluğunu da şu şekilde tanımlamaya çalışabiliriz:

"Her gezegen bir yıldızın etrafında döner" cümlesi doğrudur ancak ve ancak bu cümlemin her özellemesi doğruysa.

Nihayet, buna benzer bir şekilde, $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ formundaki bir L cümlesinin doğruluğunu da şöyle tanımlamayı deneyebiliriz:

$\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ L'de doğru bir cümledir ancak ve ancak $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ 'nin L'nin her terimi ile özellemesi L'de doğruysa.

²¹ "Aslı bir felsefecidir" (kapalı) cümlesi, Aslı gerçekten bir felsefeciyse doğru, aksi halde yanlıştır. Fakat bu cümleden "Aslı" adını çıkarıp onun yerine "x" değişkenini koyarak elde edeceğimiz "x bir felsefecidir" (açık) cümlesi, "x" in tam olarak hangi bireyin yerini tuttuğu, yani "bir felsefecidir" yüklemine tam olarak hangi bireye yüklendiği sorusunu açık/cevapsız bırakan bir cümle olduğundan doğru veya yanlış olamaz. Bu, " Fx_1 " gibi açık formüller için de böyledir.



Sonuç olarak da “L’nin doğru bir cümlesi”nin genel tanımını şu şekilde vermeyi düşünebiliriz:

Tanım 3:

1. $\mathcal{F}^n t_1 \dots t_n$ L’de doğru bir cümledir ancak ve ancak $\mathcal{F}^n$ tarafından temsil edilen özellik veya bağıntı, elemanları sırasıyla $t_1, \dots, t_n$ ’in göndermeleri olan $\langle \beta_1, \dots, \beta_n \rangle$ sıralı n’lisi hakkında doğrudur.
2. $\neg \mathcal{A}$ L’de doğru bir cümledir ancak ve ancak $\mathcal{A}$ L’de doğru değildir.
3. $(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B})$ L’de doğru bir cümledir ancak ve ancak hem $\mathcal{A}$ hem de $\mathcal{B}$ L’de doğrudur.
4. $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ L’de doğru bir cümledir ancak ve ancak $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ ’nin L’nin her terimi ile özellemesi L’de doğrudur.

Gelgelelim bu tanım, sadece, L’nin söz evrenindeki her bireyin L’de bir adının olması koşuluyla isabetli olabilir. Yani L’nin söz evrenindeki her birey L’nin bir ad sembolü tarafından adlandırılmıyorsa Tanım 3 “L’nin doğru bir cümlesi”nin uygun bir tanımı olamaz. Ama L’nin söz evrenindeki her bireyin L’de bir adının olması zorunlu değildir: L, adsız bireyler hakkında da konuşuyor olabilir, yani L’nin söz evrenindeki en az bir birey L’nin herhangi bir ad sembolü tarafından adlandırılmıyor da olabilir.²² Bu durumda da L’nin bir tümel niceleme cümlesinin L’nin her ad sembolü ile özellemesi – bu da demektir ki olanaklı her özellemesi – doğru olsa bile kendisi doğru olmayabilir.

Buradaki problemi daha açık kılabilmek için yine “Her gezegen bir yıldızın etrafında döner” cümlesi ile başlayalım. Şimdi, adı olan her gezegenin bir yıldızın etrafında döndüğünü ama adı olmayan en az bir gezegenin bir yıldızın etrafında dönmediğini varsayalım (bu gezegen, başlangıçta ait olduğu yıldız sisteminden kopmuş ve yıldızlar arası boşlukta sürükleniyor olabilir). Bu durumda “Her gezegen bir yıldızın etrafında döner” cümlesinin

²² Formelleştirilmiş olsun veya olmasın, bir bilim dili adsız bireyler hakkında da konuşabilir. Örneğin gezegen bilimciler “Bir gezegenin kütlesi Jüpiter’in kütesinin 13 katından daha fazla olamaz” diyerek istisnasız her gezegen hakkında konuşabilirler; fakat böyle yapmakla adsız gezegenler hakkında da konuşmuş olurlar, zira (en azından gezegen biliminin dilinde) her gezegenin adı yoktur. Hatta Koren’in (t.y., s.44) de belirttiği gibi, bir bilim dilinin konu edindiği nesnelerden hiçbirinin bu dilde bir adı da olmayabilir. Nitekim Tarski’nin, kendisi için “doğru bir cümle”yi tanımladığı ilk nesne dilinde (sınıflar kalkülünün dili) durum böyledir: Bu dil sınıflar hakkında konuşur ama bu sınıflardan hiçbirinin bu dilde bir adı yoktur.



kurabileceğimiz her özelleme doğru olsa da kendisi yanlış olacaktır. Benzer olarak, (i) L'nin söz evrenindeki en az bir bireyin L'de bir adının olmadığını varsayalım. Ayrıca (ii) L'nin söz evrenindeki bireylerden L'de bir adı olan istisnasız her bireyin “F” yüklem sembolü tarafından temsil edilen özelliğe sahip olduğunu, buna karşılık (iii) L'nin söz evrenindeki bireylerden L'de bir adı olmayan en az bir bireyinse bu özelliğe sahip olmadığını kabul edelim. Bu durumda örneğin “ $\forall x_1 Fx_1$ ” cümlesinin L'nin her ad sembolü ile özelleme doğru olacağından, Tanım 3'ün 4. maddesi uyarınca, bu cümlelerin doğru olduğunu söylememiz gerekir. Halbuki bu cümle bizim varsayımlarımıza göre yanlıştır, zira bu cümle L'nin söz evrenindeki istisnasız her bireyin “F” tarafından temsil edilen özelliğe sahip olduğu şeklinde anlaşılmalıdır ama bizim varsayımlarımıza göre L'nin söz evrenindeki en az bir (adsız) birey bu özelliğe sahip değildir.

Bu örneklerin de açıkça gösterdiği gibi, Tanım 3'ün 4. maddesi L'nin adsız bireyler hakkında da konuşabildiği durum açısından uygun değildir. Tarski, bu problemi, “sağlama” kavramı yoluyla aşar. Tarski'nin izlediği yola göre, ilk olarak L'nin açık veya kapalı herhangi bir formülünün bir dizi tarafından sağlanmasını tanımlamamız ve “L'nin doğru bir cümlesi”nin tanımını da buna dayandırmamız gerekir.

7. “Sağlama” Kavramı

Biliyoruz ki L'nin “ Fx_1 ” gibi açık bir formülü doğru veya yanlış olamaz. Fakat bu açık formülün bir karakteristik veya koşulu, yani “F” yüklem sembolü ile temsil edilen özelliğe sahip olma koşulunu ifade ettiğini söyleyebiliriz. Bu bağlamda da bir bireyin bu koşulu sağlamasından veya sağlamamasından bahsedebiliriz. Bu koşulu sağlayan bireyler “F”nin temsil ettiği özelliğe sahip olan bireyler iken, bu koşulu sağlamayan bireyler de “F”nin temsil ettiği özelliğe sahip olmayan bireylerdir.

$\mathcal{A}(v_i)$ ile, bir v_i değişkeninin en az bir kez geçtiği ve bu v_i değişkeninin tüm geçişlerinin serbest olduğu açık bir L formülünü anlıyoruz. Tabii böyle bir $\mathcal{A}(v_i)$ formülünde v_i 'den farklı değişkenlerin de serbest geçişleri olabilir. Genel olarak, bu gibi her $\mathcal{A}(v_i)$ formülünün bir veya daha çok birey tarafından sağlanabilecek basit veya karmaşık bir koşulu ifade ettiğini söyleyebiliriz. Böyle bir formül olan “ Fx_1 ”i bu açıdan az evvel inceledik. İkinci bir örnek olarak “ Gx_1x_2 ” formülünü alalım. Bu formül, ancak ve ancak, birincisi



ile ikincisi arasında, tam da bu sırayla, “ G ” yüklem sembolünün temsil ettiği bağıntının bulunduğu iki birey tarafından sağlanır.

Bir veya daha çok bireyin $\mathcal{A}(v_i)$ formundaki bir formülü sağlaması veya sağlamaması, bu bireylerin bir adlarının olmasına bağlı değildir; adı olmayan bireyler de böyle bir formülü sağlıyor veya sağlamıyor olabilir. Fakat *bizim* bir veya daha çok bireyin $\mathcal{A}(v_i)$ formundaki bir formülü sağladığını veya sağlamadığını *söyleyebilmemiz* için tam olarak bu bireyleri seçebilmemiz, tam olarak bu bireylere bir şekilde işaret edebilmemiz gerekir. Adı olan bireyler açısından bu son derece kolaydır; tek yapmamız gereken, onların adlarından uygun şekilde yararlanmaktır. Örneğin “ a ” ad sembolünün gönderdiği birey “ Fx_1 ” formülünü sağlıyorsa şöyle diyebiliriz:

“ a ”nın göndergesi “ Fx_1 ” formülünü sağlar.

Peki L’nin söz evrenindeki adsız bireylerin $\mathcal{A}(v_i)$ formundaki bir formülü sağlayıp sağlamadığını nasıl söyleyebiliriz? Bunun bir yolu, $\mathcal{A}(v_i)$ ’de geçişleri serbest olan her bir değişkene, geçici olarak, sanki böyle adsız bir bireyin *adı imiş gibi* muamele etmek, yani bu gibi her değişkeni sanki böyle adsız bireye *gönderiyormuş gibi* düşündürmektir. Böylece, örneğin “ x_1 ”in böyle adsız bir bireye gönderdiğini geçici olarak varsayıp, tam da bu bireyin “ Fx_1 ” açık formülünü sağladığını şu şekilde söyleyebiliriz:

“ x_1 ”in göndergesi (imiş gibi düşündüğümüz birey) “ Fx_1 ” formülünü sağlar.

Veya “ x_1 ” ile “ x_2 ”nin bu sırayla “ Gx_1x_2 ” formülünü sağlayan iki adsız bireye gönderdiğini kabul edersek, tam olarak bu iki adsız bireyin bu sırayla “ Gx_1x_2 ” formülünü sağladığını şu şekilde ifade edebiliriz:

“ x_1 ” ve “ x_2 ”nin göndergeleri (imiş düşündüğümüz bireyler), bu sırayla, “ Gx_1x_2 ” formülünü sağlar.

Nitekim Tarski de bir veya daha çok bireyin bir formülü sağlayıp sağlamadığını istisnasız her koşulda ifade edebilmek için, değişkenleri sanki bir admış gibi düşünmenin bir yolunu önerir ve bu yol Tarski’nin “dizi” dediği şeye dayanır. L açısından, bu anlamıyla bir diziyi, her bir elemanı L’nin söz evreninden bir birey olan, sonsuz sayıda elemanı bulunan ve *elemanlarının sırası da önemli olan* bir dizi olarak düşünmemiz gerekir.²³ Bir ve aynı bi-

²³ Böyle bir dizinin elemanlarının sırasının önemli olması demek, bu sıranın *aynı edici* olması demektir: Bir d dizisi ile bir d* dizisinin aslında bir ve aynı dizi olmasının gerekli ve yeterli



rey, bu gibi bir dizinin birden çok pozisyonunda ve hatta tüm pozisyonlarında yer alabilir.²⁴

Şimdi, L 'nin değişkenleri, endekslerinin (alt sayılarının) doğal sırasına göre

$$x_1, x_2, x_3, \dots$$

şeklinde sıralanabilir. Dahası, bu şekilde sıralanmış değişkenlerden i . sırada olanı, yani v_i , yukarıdaki anlamda bir dizinin yine i . üyesine gönderiyormuş gibi düşünülebilir ($i \in \mathbb{N}$ ve $i \geq 1$). Örneğin $\langle \text{Aslı, Berrin, Berrin, Ceren, ...} \rangle$ bu anlamda bir dizi olmak üzere, bu diziye göre, " x_1 "'in Aslı'ya, " x_2 "'nin Berrin'e, " x_3 "'ün yine Berrin'e, " x_4 "'ün Ceren'e, ... gönderdiğini düşünebiliriz. Böylece, bu anlamda bir dizinin bir L formülünü sağlamasından veya sağlamamasından da söz edebiliriz. Örneğin d dizisi $\langle \text{Aslı, Berrin, Berrin, Ceren, ...} \rangle$ dizisi ise ve Aslı ile Berrin " F " yüklem sembolünün temsil ettiği özelliğe sahip iken Ceren bu özelliğe sahip değilse, bu d dizisinin " Fx_1 ", " Fx_2 " ve " Fx_3 " formüllerini sağladığını ama " Fx_4 " formülünü sağlamadığını söyleyebiliriz. Böylelikle de aslında şunu söylemiş oluruz: Eğer " x_1 " Aslı'ya, " x_2 " Berrin'e, " x_3 " yine Berrin'e, " x_4 " Ceren'e gönderen bir ad sembolü olsaydı, " Fx_1 ", " Fx_2 " ve " Fx_3 "ten her biri doğru bir cümle, " Fx_4 " ise yanlış bir cümle olurdu.²⁵

8. L 'nin Doğru Bir Cümlesinin Tanımı

Artık, L 'nin doğru bir cümlesinin Tarski'nin belirlediği koşulları karşılayan genel bir tanımını verebilecek bir pozisyondayız. Bunun için, ilk olarak, (i) yukarıdaki anlamıyla herhangi bir d dizisine göre L 'nin terimlerinin göndergelerinin ne olduğunu ve (ii) bir dizinin L 'nin herhangi bir formülünü sağlamasından ne anlamamız gerektiğini açıkça tanımlayarak başlarıyız. Herhangi bir d dizisine göre L 'nin terimlerinin göndergelerinin ne olduğunu şöyle tanımlayabiliriz:

koşulu, her n için, d 'nin n . pozisyonundaki elemanı ile d^* 'ın n . pozisyonundaki elemanının bir ve aynı birey olmasıdır ($n \in \mathbb{N}$ ve $n \geq 1$). Dolayısıyla bir d dizisi ile bir d^* dizisi sadece ve sadece tek bir pozisyonundaki elemanları bakımından farklı olsalar bile tamamen farklı diziler olurlar.

²⁴ Dolayısıyla nesne dilimizin söz evreninde sadece tek bir birey olsa bile böyle sonsuz bir dizi tesis edebiliriz.

²⁵ Dolayısıyla, "bir dizinin bir formülü sağlaması" yerine, aslında tam olarak aynı anlama gelmek üzere, "bir formülün bir diziye göre doğru olması"ndan da söz edebiliriz. Örneğin Field (1972) ve Soames (1999) bu ikinci ifade biçimini tercih eder.



Tanım 4 (Bir Diziye Göre Gönderge)

Bir d dizisine göre;

1. L 'nin her bir ad sembolü, L 'nin yorumu gereği hangi bireye gönderiyorsa o bireye gönderir;
2. L 'nin i . değişkeni olan v_i , d 'nin i . elemanına gönderir;
3. $\ulcorner^n(t_1, \dots, t_n)$ bir β bireyine gönderir ancak ve ancak
 - i. $t_1, \dots, t_n$ 'in d 'ye göre göndermeleri sırasıyla $\alpha_1, \dots, \alpha_n$
 - ve ii. $\ulcorner^n$ 'in $\langle \alpha_1, \dots, \alpha_n \rangle$ ile eşleştirdiği birey β ise.

1. madde, bir ad sembolünün (L ile beraber gelen yorum gereği) zaten belli olan göndergesinin bir dizi tarafından etkilenmediğini ifade etmektedir.

Bir dizinin L 'nin herhangi bir formülünü sağlamasından ne anlamamız gerektiğiyse şu şekilde tanımlayabiliriz:

Tanım 5 (Bir Dizinin Bir L Formülünü Sağlaması)

Bir d dizisi;

1. $\mathcal{F}^n t_1 \dots t_n$ atomik formülünü sağlar ancak ve ancak $\mathcal{F}^n$ 'in temsil ettiği özellik veya bağıntı, elemanları sırasıyla $t_1, \dots, t_n$ 'in d 'ye göre göndermeleri olan $\langle \alpha_1, \dots, \alpha_n \rangle$ sıralı n 'lisi hakkında doğruysa;
2. $\neg \mathcal{A}$ 'yı sağlar ancak ve ancak $\mathcal{A}$ 'yı sağlamıyorsa;
3. $(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B})$ 'yi sağlar ancak ve ancak hem $\mathcal{A}$ 'yı hem de $\mathcal{B}$ 'yi sağlıyorsa;
4. $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ 'yi sağlar ancak ve ancak d 'den en çok i . pozisyonunda farklı olan her d^* dizisi $\mathcal{A}(v_i)$ 'yi sağlıyorsa.

Şu ana kadar söylediklerimiz 1. maddeyi yeterince açık kılmış olmalıdır. Örneğin $\langle \text{Aslı, Berrin, Ceren, ...} \rangle$ dizisine göre " x_1 " ile " x_2 "nin göndermeleri sırasıyla Aslı ile Berrin olduğundan ve elemanları bu sırayla bu iki birey olan sıralı ikili de $\langle \text{Aslı, Berrin} \rangle$ sıralı ikilisi olduğundan, 1. madde bize şunu söyler: Bu dizinin " Gx_1x_2 " formülünü sağlamasının gerekli ve yeterli koşulu, " G "nin temsil ettiği bağıntının $\langle \text{Aslı, Berrin} \rangle$ sıralı ikilisi hakkında doğru olmasıdır.

Burada kritik bir noktaya özellikle dikkat edelim. Yukarıda da belirttiğimiz gibi, bir dizi, bir ad sembolünün değerini, yani bir ad sembolünün göndergesini etkilemez. Buna göre, " a "nın göndergesinin Anıl ve " b "nin göndergesinin Barış olduğunu varsayarsak, hiçbir dizi bir ad sembolünün



göndergesini etkilemediğinden, (i) “G”nin temsil ettiği bağıntı <Anıl, Barış> sıralı ikilisi hakkında doğruysa her dizi “Gab” formülünü sağlar ama (ii) “G”nin temsil ettiği bağıntı <Anıl, Barış> sıralı ikilisi hakkında doğru değilse hiçbir dizi “Gab” formülünü sağlamaz. Genel olarak söylememiz gerekirse: $\mathcal{F}^n t_1 \dots t_n$ formundaki kapalı bir atomik formül, yani atomik bir L cümlesi, eğer doğru ise her dizi tarafından sağlanır ama eğer doğru değilse hiçbir dizi tarafından sağlanmaz. Bu da demektir ki atomik bir L cümlesi ancak ve ancak her dizi tarafından sağlanıyorsa doğrudur.

2. ve 3. maddeler de yeterince açık olmalıdır. Dolayısıyla 4. maddeye gelelim. Bir tümel niceleyicinin – L tarafından da paylaşılan – standart yorumuna göre, bir $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ formülünü şöyle açabiliriz: $\mathcal{A}(v_i)$ ’deki geçişleri serbest olan v_i değişkenini söz evreninden hangi bireye gönderiyormuş gibi düşünersek düşünelim, bu birey $\mathcal{A}(v_i)$ ’yi sağlar. Bir diğer deyişle $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ formülü şunu söyler: Bir dizinin i . elemanı söz evreninden hangi birey olursa olsun, bu dizi $\mathcal{A}(v_i)$ ’yi sağlar.

Bu noktada şu hususlara dikkat edelim: Bir d dizisinden *en çok i*. pozisyonunda farklı olan dizilerin arasında, d’den *i. pozisyonunda dahi farklı olmayan* dizi, yani d’nin *kendisi* de vardır. Buna göre, bir d dizisinin *i*. pozisyonundaki elemanı α_i ise, bu d dizisinden *en çok i*. pozisyonunda farklı olan bir d* dizisinin *i*. pozisyonundaki elemanı, α_i *de dâhil olmak üzere*, söz evreninin *herhangi* bir elemanı olabilir. Bu da demektir ki, $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ formülünü, “Bir dizinin *i*. elemanı söz evreninden hangi birey olursa olsun bu dizi $\mathcal{A}(v_i)$ ’yi sağlar” şeklinde açmak yerine, tam olarak aynı anlama gelmek üzere, “Herhangi bir d dizisinden *en çok i*. pozisyonunda farklı olan her d* dizisi $\mathcal{A}(v_i)$ ’yi sağlar” şekilde de açabiliriz. Bütün bunlara göre, bir d dizisinin bir $\forall v_i \mathcal{A}(v_i)$ formülünü sağlamasının gerekli ve yeterli koşulu tıpkı 4. maddede belirtildiği gibidir, yani bu d dizisinden *en çok i*. pozisyonunda farklı olan her d* dizisinin $\mathcal{A}(v_i)$ ’yi sağlamasıdır.

L’nin atomik cümlelerinin ancak ve ancak her dizi tarafından sağlanıyorlarsa doğru olduklarını yukarıda belirttik. Aslına bakılırsa bu, L’nin her cümlesi için böyledir. Yani L’nin herhangi bir cümlesi ancak ve ancak her dizi tarafından sağlanıyorsa doğrudur. Bu husus üzerinde biraz duralım.

Bir dizinin n . elemanın, bu dizi tarafından v_n değişkenine atanan gönderge olduğunu söyleyelim. Yani bir dizinin 1. elemanı bu dizinin “ x_1 ” değişkenine atadığı gönderge, 2. elemanı “ x_2 ” değişkenine atadığı göndergedir



vs. Şimdi, bir dizi sonsuz elemanlı olduğundan, istisnasız her değişkene bir gönderge atar. O halde bir dizi, bir formülde geçişleri bulunan ve bulunmayan her değişkene bir gönderge atar. Fakat bir dizinin bir formülü sağlayıp sağlamaması açısından, sadece, bu formülde serbest olarak geçen değişkenlere atadığı göndergeler önemlidir – diğer değişkenlere atadığı göndergeler tamamen önemsizdir. O halde bir dizinin kapalı bir formülü sağlaması veya sağlamaması açısından, değişkenlere atadığı göndergelerden hiçbirisi önemli değildir, çünkü kapalı bir formülde hiçbir serbest değişken geçişi yoktur. Bundan çıkan bir sonuç şudur: Eğer kapalı bir formül en az bir dizi tarafından sağlanıyorsa her dizi tarafından sağlanır ve en az bir dizi tarafından sağlanmıyorsa hiçbir dizi tarafından sağlanmaz.²⁶ Bir diğer sonuçsa L'nin doğru bir cümlesinin her dizi tarafından sağlanacağı ve yanlış bir cümlesinin hiçbir dizi tarafından sağlanmayacağıdır.²⁷ Buna göre, L'nin doğru bir cümlesinin Tarskici tanımını şu şekilde verebiliriz:

Tanım 6 (L'nin Doğru Bir Cümlesi):

L'nin her c cümlesi için, c L'de doğru bir cümledir ancak ve ancak her dizi tarafından sağlanıyorsa.

Bu, L'nin her cümlesi için T şemasının özel örneğini mantıksal olarak içermesi itibarıyla içerikçe uygun bir tanımdır. Bununla ilgili olarak basit bir örnek verelim. Tanım 6'ya göre,

(1) “ Fa ” L'de doğru bir cümledir ancak ve ancak her dizi tarafından sağlanıyorsa.

Tabii sağlama tanımının (Tanım 5'in) 1. maddesine göre cümle (1)'i şöyle anlamamız gerekir:

(2) “ Fa ” L'de doğru bir cümledir ancak ve ancak “ F ”nin temsil ettiği özellik “ a ”nın göndergesi hakkında doğruysa.

Cümle (2)'de “ancak ve ancak”ın sağ tarafındaki kısmı “ Fa ”nın üst dilimize uygun bir tercümesi olarak görebiliriz. Dolayısıyla (2)'nin tamamını da

²⁶ Sezgisel olarak da yeterince açık görünen bu hususun formüllerin karmaşıklığı üzerinde matematiksel endüksiyonla kanıtı için bkz. Soames 1999, s. 78.

²⁷ Yine bu da L'nin formüllerinin karmaşıklığı üzerinde matematiksel endüksiyonla gösterilebilir: Yapmamız gereken şey, $n \in \mathbb{N}$ ve $n \geq 0$ olmak üzere, karmaşıklığı n 'e eşit veya n 'den küçük her L cümlesinin ancak ve ancak her dizi tarafından sağlanıyorsa doğru olduğunu varsaymak ve karmaşıklığı $(n+1)$ olan her L cümlesinin de, bu endüksiyon varsayımına göre, ancak ve ancak her dizi tarafından sağlanıyorsa doğru olduğunu göstermektir.



T şemasının bir örneği olarak görebiliriz.

Bununla birlikte cümle (2) “gönderge” ve “hakkında doğru olma” kavramlarını içerir ve bu kavramlar semantik kavramlarıdır. O halde Tarski’ye göre, cümle (2)’deki bu semantik kavramların elenmesi, yani semantik olmayan kavramlara indirgenmesi gerekir. Aslında bu, genel bir problemdir ve sadece cümle (2) ile alakalı değildir. Tanım 6 (“L’nin doğru bir cümlesi” için verdiğimiz tanım), Tanım 5’e (bir dizinin “bir L formülünü sağlaması” hakkında verdiğimiz tanıma), bu sonuncu da Tanım 4’e (“bir diziye göre gönderge” hakkında verdiğimiz tanıma) dayanır. Ama Tanım 4 ve Tanım 5 semantik kavramlar içerdiğinden Tanım 6 da semantik kavramlar içerir. Dolayısıyla T şemasının Tanım 6’dan türetebileceğimiz her örneği de semantik kavramlar içerecektir. O halde, eğer Tanım 6’dan ve ona dayanan T şeması örneklerinden semantik kavramları elemek istiyorsak, Tanım 4 ve Tanım 5’deki semantik kavramları elememiz gerekir. Bu ise örneğin küme teorisinin olanaklarından yararlanmak suretiyle yapılabilir; yani Tanım 4 ve Tanım 5 küme teorisinin kavramlarıyla yeniden ifade edilebilir.²⁸ Bu itibarla Tanım 6, indirgenmemiş semantik kavramlar içermeyen bir tanım olma gerekliliğini de yerine getirir. Böylece, hem bu gerekliliği yerine getirdiği hem de uygun forma sahip olduğu için, formel düzgünlük standardını da karşılamış olur. Sonuç olarak Tanım 6, “L’nin doğru bir cümlesi”nin formel olarak düzgün ve içerikçe uygun bir tanımıdır.

Sonuç

Tarski’nin metoduyla ulaştığımız “L’de doğru bir cümle” veya “L’nin doğru bir cümlesi” tanımı, L’nin tam olarak nasıl bir dil olduğu verildiğinde, sezgisel doğruluk anlayışımız icabı “L’nin doğru bir cümlesidir” dememiz gereken cümleleri ve sadece bu cümleleri içeren bir cümleler kümesi tanımlar. Yani Tanım 6, elemanları sadece ve sadece L’nin bazı cümleleri olan öyle bir D kümesi tanımlar ki, bu küme bizim sezgisel doğruluk anlayışımız gereği “L’nin doğru bir cümlesidir” diyeceğimiz/dememiz gereken istisnasız her cümleyi bir eleman olarak içerir ve başka hiçbir şeyi bir eleman olarak içermez.

²⁸ Ayrıntılar için bkz. Soames 1999, ss. 74-5 ve 80-1; ayrıca bkz. Tarski 1933/1983a s. 193, Tarski 1944, s. 351



Bununla birlikte Tarski'nin metoduyla böyle bir D kümesini tanımlayabiliyor olmamızın felsefi imlemi hâlâ ciddi tartışmalara konu olmaktadır. Mesela “Tarski'nin metodu dedüktif bilimlerde kullanıldığı kadarıyla “doğruluk” kavramını yine dedüktif bilimlerin standartlarının gerektirdiği ölçüde açık kılmakla mı yetinir yoksa aynı zamanda genel sezgisel “doğruluk” kavramımızın aydınlatıcı bir analizi açısından önemli içerimlere de sahip midir?”,²⁹ “Tarski'nin metodunun mütakabiliyetçi doğruluk teorilerini mi yoksa minimalist veya fazlalıkçı doğruluk teorilerini mi desteklediği düşünülmelidir?”,³⁰ “Tarski'nin FDDK'deki doğruluk izahı bize dil felsefesinin problemleri, özellikle de anlam problemi hakkında bir şey söyleyebilir mi?”³¹ gibi sorular, hâlâ tartışılan sorulardır.

Burada bu gibi tartışmaların ayrıntılarına giremeyiz; bunlar, başka çalışmaların konusu olmak durumundadır. Fakat en azından, bugün doğruluk hakkında ciddi bir söz söylemek isteyenlerin Tarski'nin çalışmalarını ve doğruluk izahını hesaba katmak zorunda olduğunu söyleyebiliriz.

Kaynaklar

- Davidson, D. (2001). Semantics for natural languages. İçinde: *Inquiries into truth and interpretation* (ss. 55-64). Oxford: Clarendon Press.
- Field, H. (1972). Tarski's theory of truth. *The journal of philosophy*, 69(13), 347-375. <https://doi.org/10.2307/2024879>
- Gruber, M. (2016). *Alfred Tarski and the “concept of truth in formalized languages”: A running commentary with consideration of the Polish original and the German translation*. Springer International Publishing.
- Grünberg, T. (2000). *Sembolik mantık el kitabı: 1. Cilt: Temel mantık*. Ankara: METU Press.
- King, J. C. (2006). Semantics. İçinde: D. M. Borchert (Ed.), *Encyclopedia of philosophy* (2nd ed., Vol. 8, pp. 735-750). Thomson Gale/Macmillan Reference USA.
- Koreň, L. (t.y). *Semantic conception of truth: what it is and what it is not*.

²⁹ Bu problemle ilgili olarak bkz. Koreň (t.y, özellikle Böl. 6), Künne (2003, ss. 213-217).

³⁰ Bu problemle ilgili olarak bkz. Koreň (t.y, Böl. 7), Künne (2003, ss. 208-213), Moreno (2011), Patterson (2012, § 4.3.4).

³¹ Bu bağlamda ilk akla gelen isim hiç şüphe yok ki Donald Davidson'dır. Örneğin bkz. Davidson (1970/2001).



https://www.academia.edu/1410755/Semantic_Conception_of_Truth_What_It_Is_and_What_It_Is_Not adresinden 8 Eylül 2021'de erişilmiştir. (Bu çalışma, Koreň'in (2011) gözden geçirilmiş bir biçimidir.)

- Koreň, L. (2011). *Truth and meaning: the dialectics of theory and practice*. [Doktora tezi, Charles University in Prague]. Charles University Digital Repository. <http://hdl.handle.net/20.500.11956/47037>
- Künne, W. (2003). *Conceptions of truth*. Oxford: Clarendon Press.
- McGinn, C. (2015). *Philosophy of language: Classics explained*. Cambridge, Massachusetts/London, England: The MIT Press.
- Moreno, L. F. (2001). Tarskian truth and the correspondence theory. *Synthese*, 126(1-2), 123-147.
- Özlem, D. (2012). *Mantık* (2. Baskı). İstanbul: Notos.
- Patterson, D. (2012). *Alfred Tarski: Philosophy of language and logic*. Palgrave Macmillan.
- Rojczczak, A. (1999). Why should a physical object take on the role of truth-bearer? İçinde: Woleński, J. ve Köhler, E. (Eds.), *Alfred Tarski and the Vienna Circle*. Springer. (ss. 115-125).
- Soames, S. (1999). *Understanding truth*. New York ve Oxford: Oxford University Press.
- Tarski, A. (1933). *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych. Prace towarzystwa naukowego warszawskiego. Wydział III: Nauk Matematyczno-Fizycznych*. 34. PWN Warszawa.
- Tarski, A. (1935). Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen. İçinde: *Studia philosophica commentarii societatis philosophicae polonorum* (Cilt I). Leopoli Lemberg.
- Tarski, A. (1944). The semantic conception of truth: and the foundations of semantics. *Philosophy and phenomenological research*, 4(3), 341.
- Tarski, A. (1956). The concept of truth in formalized languages. İçinde: J. H. Woodger (Ed. ve Çev.), *Logic, semantics, metamathematics: Papers from 1923 to 1938 by Alfred Tarski* (ss. 152-278). Oxford Clarendon Press.
- Tarski, A. (1969). Truth and proof. *Scientific American*, 220(6), 63-77.



- Tarski, A. (1983a). The concept of truth in formalized languages. İçinde: J. Corcoran (Ed.), *Logic, semantics, metamathematics: Papers from 1923 to 1938 by Alfred Tarski* (2. edisyon) (ss. 152-278). Indianapolis: Hackett Publishing Company.
- Tarski, A. (1983b). The establishment of scientific semantics. İçinde: J. Corcoran (Ed.), *Logic, semantics, metamathematics: Papers from 1923 to 1938 by Alfred Tarski* (2. edisyon) (ss. 401-8). Indianapolis: Hackett Publishing Company.
- Woleński, J. (t.y.). Semantic theory of truth. *Internet encyclopedia of philosophy*. <https://iep.utm.edu/s-truth/> adresinden 9 Ağustos 2021'de erişilmiştir.

Öz: Alfred Tarski (1902-1983), başlığını “Formelleştirilmiş Dillerde Doğruluk Kavramı” (1933) şeklinde Türkçeleştirebileceğimiz meşhur eserinde çığır açıcı bir doğruluk izahı sunar. Doğruluk üzerine daha sonraki tartışma ve araştırmaları derinden etkileyen bu izaha dair uygun bir fikre sahip olmak, doğruluk meselesine ilişkin çağdaş tartışmaları hakkıyla takip edebilmek açısından elzemdir. Bizim bu makaledeki amacımız da bu doğruluk izahını açık bir şekilde ortaya koymaktır.

Anahtar Kelimeler: Tarski, semantik, doğruluk, semantik doğruluk anlayışı.



